

## 第二十届华罗庚金杯少年数学邀请赛

### 初赛 B 试卷（小学中年组）

（时间：2015 年 3 月 14 日 10:00—11:00）

一、选择题（每小题 10 分，共 60 分，一下每题的四个选项中，仅有一个是正确的。）

1、森林里举行比赛，要派狮子、老虎、豹子和大象中的两个动物去参加。如果派狮子去，那么也要派老虎去；如果不派豹子去，那么也不能派老虎去；要是豹子参加的话，大象可不愿意去。那么，最后能去参加比赛的是\_\_\_\_\_。

A 狮子、老虎    B 老虎、豹子    C 狮子、豹子    D 老虎、大象

【答案】B

【解析】由于只派两种动物去参加，如果不派豹子去的话，也不能派老虎去，也不能派狮子去（由于派狮子必须要派老虎去），此时只有一只动物参加，不符合题意；则豹子肯定去，大象不能去，只能派老虎去，因此能去参加比赛的动物是老虎、豹子，选 B。

2、小明有多张面额为 1 元、2 元和 5 元的人民币，他想用其中不多于 10 张的人民币购买一只价格为 18 元的风筝，要求至少用其中两种面额的人民币，那么不同的付款方式有\_\_\_\_\_种。

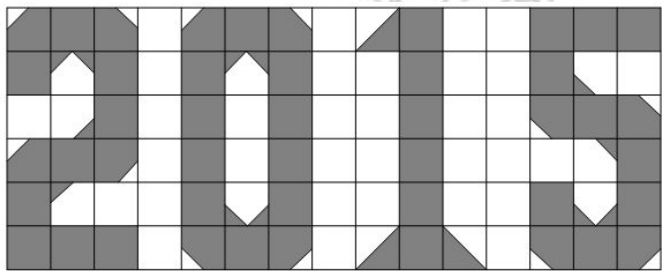
A 3    B 9    C 11    D 8

【答案】C

【解析】设所用的 1 元、2 元、5 元的人民币张数依次为  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，由已知可得

$x + 2y + 5z = 18, x + y + z \leq 10$ . 当  $z = 0$  时， $(x, y)$  只能取  $(2, 8)$ ，共 1 种；当  $z = 1$  时， $(x, y)$  只能取  $(1, 6), (3, 5), (5, 4)$ ，共 3 种；当  $z = 2$  时， $(x, y)$  只能取  $(0, 4), (2, 3), (4, 2), (6, 1), (8, 0)$ ，共 5 种；当  $z = 3$  时， $(x, y)$  只能取  $(1, 1), (3, 0)$ ，共 2 种；综上所述，一共有  $1 + 3 + 5 + 2 = 11$ （种）不同的付款方式。选 C。

3、如右图，在由  $1 \times 1$  的正方形组成的网格中，写有 2015 四个数字（阴影部分），其边线要么是水平或竖直的直线段、要么是连接  $1 \times 1$  的正方形相邻两边中点的线段，或者是  $1 \times 1$  的正方形的对角线。则图中 2015 四个数字（阴影部分）的面积是\_\_\_\_\_。



A 47    B  $47\frac{1}{2}$     C 48    D  $48\frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】通过将  $\frac{1}{8}$  面积的小三角形补到阴影部分在网格中所缺的三角形，可得“2”的格数为 13，面积为 13，同理“0”的面积为 14，“5”的面积为 13，“1”的面积为  $7\frac{1}{2}$ ，则 2015 四个数字

的面积是  $13+14+7\frac{1}{2}+13=47\frac{1}{2}$ . 选 B.

4、新生入校后，合唱队、田径队和舞蹈队共招收学员 100 人. 如果合唱队招收的人数比田径队多一倍，舞蹈队比合唱队多 10 人，那么舞蹈队招收\_\_\_\_\_人. (注：每人限加入一个队)

A 30      B 42      C 46      D 52

【答案】C

【解析】因为舞蹈队比合唱队多 10 人，因此减去 10 人后，舞蹈队与合唱队人数一样多，都是田径队的两倍，因此田径队有： $(100-10) \div (2+2+1) = 18$  人，舞蹈队有： $18 \times 2 + 10 = 46$  人，选 C.

5、一只旧钟的分针和时针每重合一次，需要经过标准时间 66 分. 那么，这只旧钟的 24 小时比标准时间的 24 小时\_\_\_\_\_.

A 快 12 分      B 快 6 分      C 慢 6 分      D 慢 12 分

【答案】D

【解析】正常时钟分针和时针重合一次需要  $\frac{360}{360-30} \times 60 = \frac{720}{11}$  (分)，而旧钟需要 66 分，

因此旧钟比正常时钟慢，且时间比为： $66 : \frac{720}{11} = \frac{726}{720} = \frac{121}{120}$ ，所以正常时钟走 24 小时，旧钟需要走 24 小时多 12 分钟，因此这只旧钟比标准时间慢 12 分钟.

6、一次考试共有 6 道选择题，评分规则如下：每人先给 6 分，答对一题加 4 分，答错一题减 1 分，不答得 0 分. 现有 51 名同学参加考试，那么，至少有\_\_\_\_\_得分相同.

A 3      B 4      C 5      D 6

【答案】A

【解析】因为每人先给 6 分，所以得分情况有以下 25 种：

0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15、16、17、18、20、21、22、25、26、30，因此根据抽屉原理， $51 \div 25 = 2 \dots 1$ ，所以至少有 3 人得分相同.

二、填空题 (每小题 10 分，共 40 分)

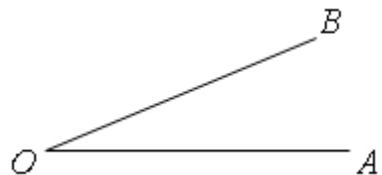
7、计算：

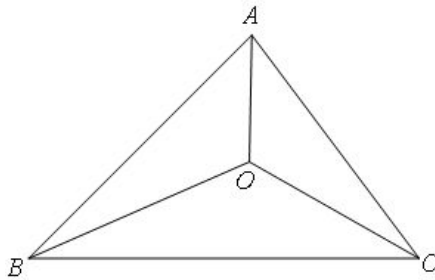
$(100+15+17) \times (21+36+11) + (100-21-36-11) \times (15+17) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【答案】10000

【解析】设  $15+17=x$ ， $21+36+11=y$ ，则原式  
 $= (100+x) \times y + (100-y) \times x = 100y + xy + 100x - xy = 100(x+y) = 100 \times (15+17+21+36+11)$   
 $= 100 \times 100 = 10000.$

8、角可以用它的两边上的两个大写字母和顶点的字母表示，如右图的  $\angle AOB$  符号 (“ $\angle$ ”表示角)，也可以用  $\angle O$  表示 (顶点处只有 1 个角时). 下图的三角形  $ABC$  中， $\angle BAO = \angle CAO$ ， $\angle CBO = \angle ABO$ ， $\angle ACO = \angle BCO$ ， $\angle AOC = 110^\circ$ ，则  $\angle CBO = \underline{\hspace{2cm}}$ .





**【答案】**  $20^\circ$

**【解析】** 在  $\triangle ACO$ ,  $\angle OAC + \angle OCA = 180^\circ - \angle AOC = 70^\circ$ , 因为  $\angle BAO = \angle OAC$ ,  $\angle BCO = \angle OCA$ , 所以  $\angle BAC + \angle BCA = 2\angle OAC + 2\angle OCA = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$ ,  
 $\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle BCA = 40^\circ$ ,  $\angle CBO = \frac{1}{2}\angle ABC = 20^\circ$ .

9、张叔叔和李叔叔两人年龄和是 56 岁, 当张叔叔是李叔叔现在年龄的一半时, 李叔叔当时的年龄是张叔叔现在的年龄. 那么张叔叔现在有 \_\_\_\_\_ 岁.

**【答案】** 24

**【解析】** 设张叔叔今年  $x$  岁, 李叔叔今年  $y$  岁, 则  $x + y = 56$ , 记为方程①; 而张叔叔是李叔叔现在年龄一半时, 是  $(x - \frac{1}{2}y)$  年前, 当时李叔叔是张叔叔现在的年龄, 所以也是  $(y - x)$  年前, 即  $x - \frac{1}{2}y = y - x$ , 记为方程②; ①②方程联立解得  $x = 24$ ,  $y = 32$ , 所以张叔叔今年 24 岁.

10、妈妈决定假期带小花驾车去 10 个城市旅游, 小花查完地图后惊奇地发现: 这 10 个城市的任意三个城市之间或者都开通了高速公路, 或者只有两个城市间没有开通高速路. 那么这 10 个城市间至少开通了 \_\_\_\_\_ 条高速公路. (注: 两个城市间最多只有一条高速公路)

**【答案】** 40

**【解析】** 由于任意三个城市之间至少开通了 2 条高速公路, 所以若存在一个城市只开通了 7 条高速公路, 则该城市与 2 个剩下的城市所形成的三个城市, 最多只能开通了一条高速公路, 与题意不符. 故任意一个城市都至少开通了 8 条高速公路. 公路总数至少为  $10 \times 8 \div 2 = 40$  (条). 而可以构造出符合题意的公路数目. 设城市分别为  $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$ , 其中除了  $A-B, C-D, E-F, G-H, I-J$  之间没有必要高速公路外, 其余任意两个城市之间均有高速公路, 这样高速公路共有 40 条, 符合题意, 故至少有 40 条高速公路.