

2016年“数学花园探秘”科普活动

四年级组初试试卷A

(测评时间：2015年12月19日10:30—11:30)

学生诚信协议：活动期间，我确定没有就所涉及的问题或结论，与任何人、用任何方式交流或讨论。我确定以下的答案均为我个人独立完成的成果。否则愿接受本次成绩无效的处罚。

我同意遵守以上协议 签名：_____

一. 填空题 I (每小题 8 分, 共 32 分)

1. 算式 $(11 \times 24 - 23 \times 9) \div 3 + 3$ 的计算结果是_____.

【答案】 22

【解析】 原式 = $11 \times 8 - 23 \times 3 + 3 = 22$.

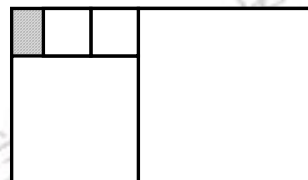
2. 杨树、柳树、槐树、桦树和梧桐树各一棵树种成一排，相邻两棵树之间的距离都是 1 米。杨树与柳树、槐树之间的距离相等，桦树与杨树、槐树之间的距离相等，那么梧桐树与桦树之间的距离是_____米。

【答案】 2

【解析】 易知 (1) 杨树在柳树和槐树之间；(2) 桦树在杨树和槐树之间；

由 (1) (2) 可得杨树与柳树和槐树的距离为 2，且桦树与杨树、槐树的距离为 1。故梧桐树在杨树和柳树之间，所以梧桐树和桦树中间夹了杨树，因此两树的距离为 2。

3. 如图，在一个长、宽分别为 19 厘米和 11 厘米的大长方形内放了四个正方形，那么没有被正方形覆盖的小长方形（图中阴影部分）的面积是_____平方厘米。



【答案】 6

【解析】 易知 (1) 最大正方形边长为 11；(2) 次大正方形的边长为 $19 - 11 = 8$ ；

由 1, 2 可知剩下两个小正方形的边长为 $11 - 8 = 3$ 。故阴影部分长方形的长和宽分别为 3 及 $8 - 2 \times 3 = 2$ ；所以面积为 6。

4. 有一棵神奇的树上长了 123 个果子，第一天会有 1 个果子从树上掉落，从第二天起，每天掉落的果子数量比前一天多 1 个。但如果某天树上的果子数量少于这一天本应该掉落的数量时，那么这一天它又重新从掉落 1 个果子开始，按原规律进行新一轮。如此继续，那么第_____天树上的果子会都掉光。

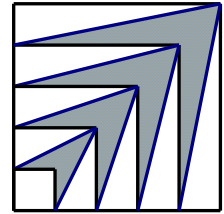
【答案】 17

【解析】 由于 $1 + 2 + \dots + 15 = 120 < 123 < 136 = 1 + 2 + \dots + 16$ ，故在第 16 天重新开始掉果子，该天掉 1

颗，第 17 天掉 2 颗正好掉完。

二. 填空题 II (每小题 10 分, 共 40 分)

5. 如右图, 图中正方形的边长依次是 2, 4, 6, 8, 10, 阴影部分的面积是_____.



【答案】 40

【解析】 用最大正方形的面积减去最小正方形面积及其他三角形面积即可:

$$S = 10^2 - 2^2 - 2 \times \frac{1}{2} (2 \times 4 + 2 \times 6 + 2 \times 8 + 2 \times 10) = 40.$$

6. 甲、乙、丙、丁四人参加了一次考试. 甲、乙的成绩和比丙、丁的成绩和高 17 分. 甲比乙低 4 分, 丙比丁高 5 分. 四人中最高分比最低分高_____分.

【答案】 13

【解析】 甲的成绩为乙-4; 丙的成绩为丁+5; 易知乙成绩最高, 丁成绩最低. 由题意 $(2乙-4) - (2丁+5) = 17$, 知两者成绩差为 13.

7. 一副扑克牌去除大小王后有 4 种花色共 52 张牌, 每种花色各有 13 张, 牌面分别是 1 至 13. 菲菲从中取出 2 张红桃, 3 张黑桃, 4 张方块, 5 张梅花. 如果菲菲取出的这 14 张扑克牌中, 黑桃的牌面之和是红桃的牌面之和的 11 倍、梅花的牌面之和比方块的牌面之和多 45, 那么这 14 张牌的牌面之和是_____.

【答案】 101

【解析】 易知两张红桃的牌面必然不小于 $1+2=3$; 如果红桃牌面不小于 4; 由题意可知黑桃牌面不小于 44, 而黑桃牌面最大为 $11+12+13=36 < 44$, 矛盾; 所以红桃牌面为 3, 黑桃牌面为 33. 同样易知方块的牌面不小于 $1+2+3+4=10$, 由此知道梅花的牌面不小于 $10+45=55$, 而梅花的牌面最大为 $9+10+11+12+13=55$; 故只有方块牌面为 10, 梅花牌面为 55 满足条件; 综上 14 张牌的牌面之和为 $3+33+10+55=101$.

8. 100 只老虎和 100 只狐狸分为 100 组, 每组 2 只动物. 老虎总说真话, 狐狸总说假话. 当问及“组内另一只动物是狐狸吗?”, 结果这 200 只动物中恰有 128 只回答“是”, 其它的都回答“不是”. 那么同组 2 只动物都是狐狸的共有_____组.

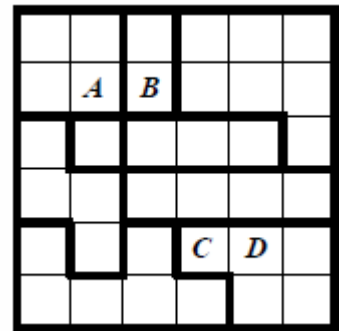
【答案】 18

【解析】 观察 3 种可能的组合“狐狐”“虎虎”及“虎狐”组合; 若问及题中问题, “狐狐”“虎虎”组合的回答肯定是两个“不是”; 而问及“虎狐”组合, 回答肯定是两个“是”; 所以回答“是”的肯定是“虎狐”组合, 这个组合有 $128 \div 2 = 64$ (个), 剩下 36 只狐狸都在“狐狐”组合中, 所以这样的组合有 $36 \div 2 = 18$ (个).

三. 填空题 III (每小题 12 分, 共 48 分)

9. 如图, 6×6 的表格被粗线分成了 9 块; 若某块中恰有 N 个格子, 则该块所填数字恰好为 $1 \sim N$;

且任意相邻两个格子（有公共点的两个小正方形称为相邻格子）所填数字不同，那么四位数 \overline{ABCD} 是_____。



【答案】4252

【解析】填法如下图：

1	3	1			
2	4	2			
	1	3	1	2	
		2	4	3	1
	1		5	2	4
			1	3	1

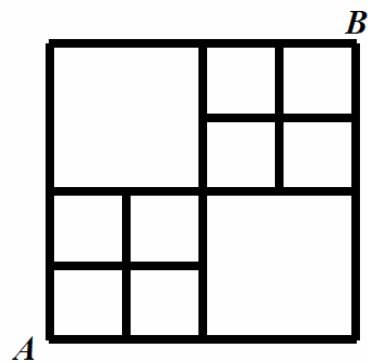
10. 有一种新型的解题机器人，它会做题，但是有智商余额的限制。每次做题都会用它的智商余额减去这个题的分值，消耗掉与分值相同的智商余额。当它做对一道题的时候，它的智商余额就会增加 1，当它的智商余额小于正在做的题的分值时，将解题失败。那么如果小鹏用一台初始智商上限为 25 分的解题机器人，做一套分值分别为 1~10 的题。最多能得到_____分。

【答案】31

【解析】考察机器人能够最多解题的个数，如果想解出 8 道题，那么其需要至少 36 智商上限，而其最多拥有 $25+8=33$ （点），故不可能；如果解 7 道题，那么其最多可以积攒 $25+7-1=31$ （分），因为机器人最后总会剩下至少 1 分无法答对题。

另外，获取 31 分的方法如下，一次解答 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10 分的题即可。

11. 如图，甲、乙两人从 A 沿最短路线走到 B，两人所走路线不出现交叉（除 A、B 两点外没有其它公共点）的走法共有_____种。

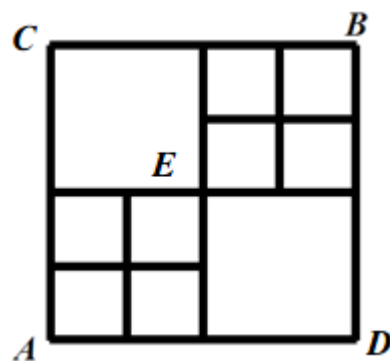


【答案】38

【解析】由对称性，先考察甲在乙上方的情况，有如下3种：

1. 甲走 ACB ，乙走 ADB ；这样的情况很明显只有1种；
2. 甲走 AEB ，乙走 ADB ；乙走 ADB 只有一种选择，而甲走 AEB 的选择比较复杂，先是到 E 点前，有3种路径选择， E 点之后到 B 又有3种选择，故此方法有9种路径安排；
3. 甲走 ACB ，乙走 AEB ；类似于第2条路线，也有9种路径安排；

综上，考虑对称性，总共的走法有 $2 \times (1+9+9) = 38$ （种）。



12. 请参考《2016年“数学花园探秘”科普活动初赛试题评选方法》作答。