

## 2016 年“数学花园探秘”科普活动 五年级组初试试卷 A

(测评时间：2015 年 12 月 19 日 8:30—9:30)

学生诚信协议：活动期间，我确定没有就所涉及的问题或结论，与任何人、用任何方式交流或讨论。我确定以下的答案均为我个人独立完成的成果。否则愿接受本次成绩无效的处罚。

我同意遵守以上协议 签名：\_\_\_\_\_

### 一. 填空题 I (每小题 8 分，共 32 分)

1. 算式  $(19 \times 19 - 12 \times 12) \div \left(\frac{19}{12} - \frac{12}{19}\right)$  的计算结果是\_\_\_\_\_.

**【答案】** 228

**【解析】** 原式  $= (19 \times 19 - 12 \times 12) \div \left(\frac{12 \times 19}{19 \times 19 - 12 \times 12}\right) = 228.$

2. 有一种细胞，每隔 1 小时死亡 2 个细胞，余下的每个细胞分裂成 2 个。如果经过 8 小时后细胞的个数为 1284，那么，最开始的时候有\_\_\_\_\_个细胞。

**【答案】** 9

**【解析】**

方法一：上一小时细胞个数是当前细胞数除以 2 加 2。每小时细胞数如下表：

时间	8	7	6	5	4	3	2	1	0
细胞数	1284	644	324	164	84	44	24	14	9

方法二：设  $n$  个小时后细胞的个数为  $a_n$  个，则可得  $a_n - 4 = 2(a_{n-1} - 4)$ ，即  $\{a_n - 4\}$  是等比数列，已知  $a_8 - 4 = 1280$ ，则  $a_0 - 4 = 1280 \div 2^8 = 5$ ，则  $a_0 = 9$ 。即开始有 9 个细胞。

3. 如图，一道乘法竖式中已经填出了 2、0、1、6，那么乘积是\_\_\_\_\_。

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 \times \quad \square 2 \\
 \hline
 \square 0 \square \square \\
 \square \square \square \\
 \hline
 \square 1 \square 6
 \end{array}$$

**【答案】** 6156

**【解析】** 由于 2 和第一个乘数相乘为四位数，则和第一个乘数乘积为三位数的只能是 1，因此  $b=1$ ；2 和一个三位数相乘的到的四位数的首位只能是 1，即  $f=1$ ，此时  $a=5$ ，根据个位的乘积是 6，可得  $d$  只能是 3 或 8，根据结果的百位是 1 可得， $g$  和  $c$  只能是 0 或 1，尝试可得  $c=1, d=3$  时满足，即  $513 \times 12 = 6156$ 。

$$\begin{array}{r}
 \boxed{a} \quad \boxed{c} \quad \boxed{d} \\
 \times \quad \quad \boxed{b} \quad 2 \\
 \hline
 \boxed{f} \quad 0 \quad \boxed{h} \quad \square \\
 \boxed{e} \quad \boxed{g} \quad \boxed{l} \\
 \hline
 \boxed{m} \quad 1 \quad \boxed{n} \quad 6
 \end{array}$$

4. 有一个数列，第一项为 12，第二项为 19，从第三项起，如果它的前两项和是奇数，那么该项就等于前两项的和，如果它的前两项和是偶数，该项就等于前两项的差（较大数减较小数）。那么，这列数中第\_\_\_\_\_项第一次超过 2016。

【答案】252

【解析】数列前几项是：12, 19, 31, 12, 43, 55, 12, 67, 79, 12, …

去掉所有值为 12 的项之后，数列是公差 12 的等差数列，等差数列第 168 项是 2023，第一次超过 2016。这是原数列第 252 项。

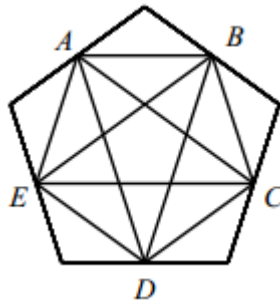
## 二. 填空题II（每小题 10 分，共 40 分）

5. 四位数 双成成双 的所有因数中，有 3 个是质数，其它 39 个不是质数，那么，四位数 成双双成 有\_\_\_\_\_个因数。

【答案】12

【解析】四位数 双成成双 是 11 的倍数，有 3 个质因数，42 个因数，只能是  $2^6 \times 3^2 \times 11 = 6336$ 。则  $3663 = 3^2 \times 11 \times 37$  有  $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$  个因数。

6. 右图中，A、B、C、D、E 是正五边形各边的中点，那么，图中共有\_\_\_\_\_个梯形。



【答案】35

【解析】分析可得：若梯形的一个底边在外面的大五边形上，则每条边有 5 个梯形，共有  $5 \times 5 = 25$  个；若梯形的底边没有在外面的大五边形上，共有  $2 \times 5 = 10$  个，则共有  $25 + 10 = 35$  个梯形。

7. 对于自然数  $N$ ，如果在 1~9 这九个自然数中至少有六个数可以整除  $N$ ，则称  $N$  是一个“六合数”，则在大于 2000 的自然数中，最小的“六合数”是\_\_\_\_\_。

【答案】2016

【解析】解法一：大于 2000 的自然数被 1-9 的数除：

2001 只能被 1, 3 整除；2002 只能被 1, 2, 7 整除；2003 只能被 1 整除；

2004 只能被 1, 2, 3, 4, 6 整除；2005 只能被 1, 5 整除；2006 只能被 1, 2 整除；

2007 只能被 1, 3, 9 整除；2008 只能被 1, 2, 4, 8 整除；2009 只能被 1, 7 整除；

2010 只能被 1, 2, 3, 5, 6 整除；2011 只能被 1 整除；2012 只能被 1, 2, 4 整除；

2013 只能被 1, 3 整除；2014 只能被 1, 2 整除；2015 只能被 1, 5 整除；

2016 可以被 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9 整除. 是大于 2000 的最小“六合数”.

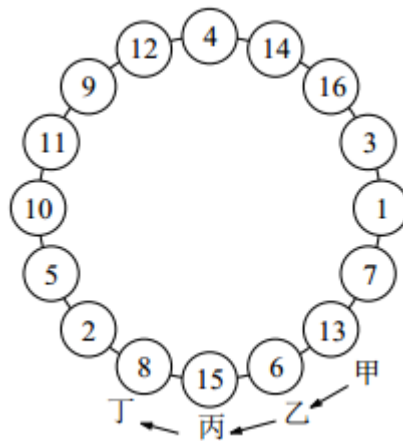
解法二:

寻找大于 2000 的 5、6、7、8、9 的倍数, 如下表所示:

5	6	7	8	9
2005	2004	2002	2008	2007
2010	2010	2009	2016	2016
2015	2016	2016		

如果一个数是 1 到 9 中 6 个数的倍数, 至少是 5、6、7、8、9 中两个数的倍数, 第一个满足条件的是 2010, 但  $2010=2 \times 3 \times 5 \times 67$  不满足条件; 第二个数是 2016,  $2016=2^5 \times 3^2 \times 7$ , 是 1、2、3、4、6、7、8、9 的倍数, 满足条件, 则最小的“六合数”是 2016.

8. 如图, 魔术师在一个转盘上的 16 个位置写下来了 1~16 共 16 个数, 四名观众甲、乙、丙、丁参与魔术表演. 魔术师闭上眼, 然后甲从转盘中选一个数, 乙、丙、丁按照顺时针方向依次选取下一个数, 图示是一种可能的选取方式. 魔术师睁开眼, 说: “选到偶数的观众请举手.” 这时候, 只有甲和丁举手, 这时候魔术师就大喝一声: “我知道你们的选的数了!”, 你认为甲和丁选的数的乘积是\_\_\_\_\_.



【答案】 120

【解析】 经观察, 连续 4 个数, 甲丁是偶数, 乙丙是奇数的只有 10, 11, 9, 12, 则结果为  $10 \times 12 = 120$ .

三. 填空题 III (每小题 12 分, 共 48 分)

9. 正八边形边长是 16, 那么阴影部分的面积是\_\_\_\_\_.

【答案】 512

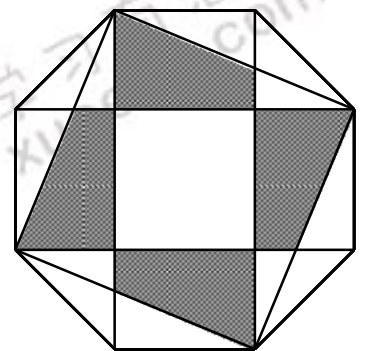
【解析】 如图: 设阴影面积为  $x$ ,  $\triangle EBG$  面积为  $y$ , 则  $\triangle DFG$  面积为  $2y$

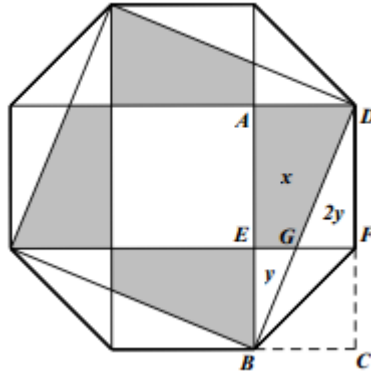
$$S_{ABCD} = 2(x + y);$$

$$S_{EBCF} = 16 \times 16 \div 2 = 128, \quad S_{AEFD} = x + 2y$$

$$S_{ABCD} = S_{AEFD} + S_{EBCF} = x + 2y + 128,$$

解得  $x=128$ , 阴影部分总面积为  $4x=512$ .





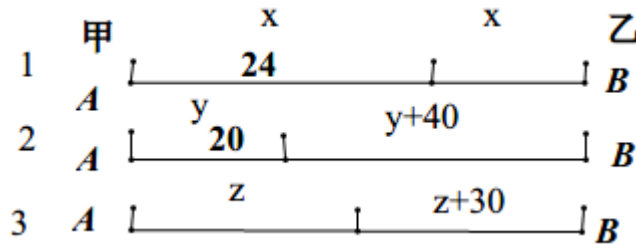
10. 某城市早 7:00 到 8:00 是高峰时段, 所有车辆的行驶速度变为原来的一半. 每天早上 6:50, 甲、乙 两人从这城市的 A、B 两地同时出发, 相向而行, 在距离 A 地 24 千米的地方相遇. 如果乙早出发 20 分钟, 两人将在距离 A 地 20 千米的地方相遇; 如果甲晚出发 20 分钟, 两人恰好在 AB 中点相遇. 那么, AB 两地相距\_\_\_\_\_千米.

【答案】 42

【解析】解法一: 设 AB 距离 L 千米, 甲速  $v_1$  千米/分, 乙速  $v_2$  千米/分. 可列方程:

$$\begin{cases} 24 = \frac{v_1}{v_1 + v_2} L \\ 20 = \frac{v_1}{v_1 + v_2} (L - 20v_2) \\ \frac{1}{2}L = \frac{v_1}{v_1 + v_2} (L - 15v_2) \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} L = 42 \\ v_1 = \frac{7}{15} \\ v_2 = \frac{7}{20} \end{cases}$$

解法二: 由于 7 点到 8 点速度是原来的一半, 则行驶相同的路程, 原来的时间相当于在 7 点和 8 点行驶了 2 倍的时间, 乙早出发 20 分钟相当于比甲多走了 40 分钟, 甲晚出发 20 分钟, 相当于比甲少行了 30 分钟, 可得如下关系:



如果行程 1×1+行程 2×3 相当于行程 3×4, 都走了 4 个全程, 即甲乙走的路程相同, 4 个全程中甲走了 2 个全程, 可得一个全程的距离为  $(24+20 \times 3) \div 2 = 42$  千米.

11. 在空格里填入数字 1~5, 使得每行和每列数字不重复. 每个除法从上向下或 者从左到右运算都能够整除. 那么第二行的前三个数字依次组成的三位数是\_\_\_\_\_.

1			÷
			4
÷		5	÷
	1		
	÷		5

【答案】531

【解析】如图，由已知第三列中第4个数只能填3，第2个数只能填1，根据第一行的除式，则第一行的第3个数只能填4，第三列的第5个数填2，第5行的第2个数只能填4，第1个数填3，第4个数填1，剩下的数可以很容易填出。

1	5	4	2 ÷ 3
5	3	1	4 2
4 ÷ 2	5	3 ÷ 1	
2	1	3	5 4
3	4 ÷ 2	1	5

12. 请参考《2016年“数学花园探秘”科普活动初赛试题评选方法》作答。